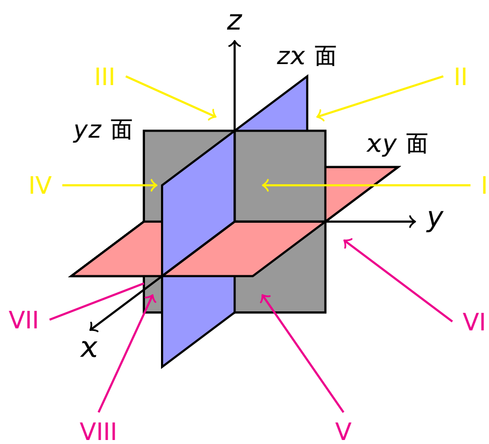
目录

第七章　多元函数微分学

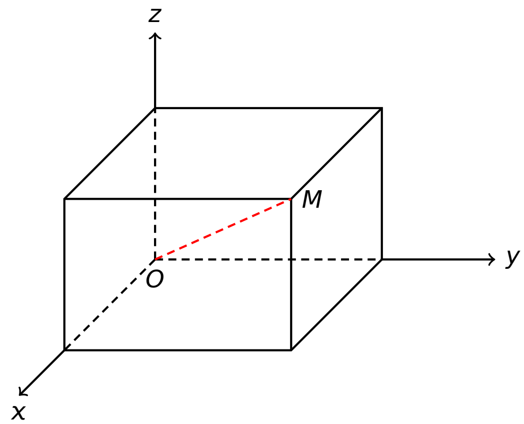
7.1　空间解析几何

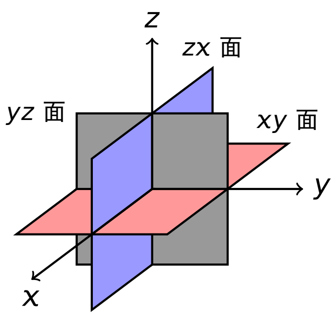
- 三个坐标轴
- 三个坐标面
- 八个卦限



在空间直角坐标系中，我们有

$$\text{点 } M \longleftrightarrow \text{坐标 } (x, y, z) \longleftrightarrow OM$$





坐标面上的点：

$$xy \text{ 面} \longleftrightarrow z = 0$$

$$yz \text{ 面} \longleftrightarrow x = 0$$

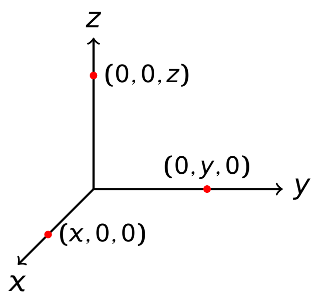
$$zx \text{ 面} \longleftrightarrow y = 0$$

坐标轴上的点：

$$x \text{ 轴} \longleftrightarrow y = z = 0$$

$$y \text{ 轴} \longleftrightarrow z = x = 0$$

$$z \text{ 轴} \longleftrightarrow x = y = 0$$



设 $M_1(x_1,y_1,z_1)$ 和 $M_2(x_2,y_2,z_2)$ 为空间中两点．则它们的距离为

$$|M_1M_2| = \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

特别地，点 $M(x,y,z)$ 到原点 O 的距离为

$$|OM| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

定义**.** 给定空间中曲面 S 和方程 $F(x,y,z)=0$．如果

$\boxed{\text{点 }(x,y,z)\text{ 在曲面 }S\text{ 上}}$ $\Longleftrightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l}\text{点 }(x,y,z)\text{ 满足}\\ \text{方程 }F(x,y,z)=0\end{array}}$ 则称

- $F(x,y,z)=0$ 是曲面 S 对应的方程；
- S 是方程 $F(x,y,z)=0$ 对应的曲面．

例 **1.** 空间的平面方程为

$$Ax+By+Cz+D=0.$$

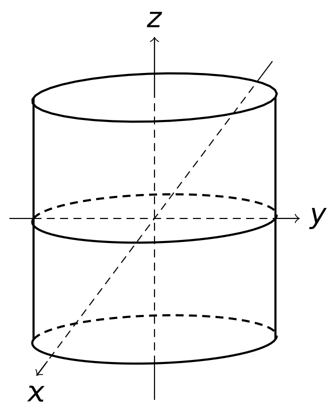
特别地，方程 $z=0$ 表示 xy 面，而方程 $z=c$ 表示平行于 xy 面的平面．

例 **2.** 球心在 (x_0,y_0,z_0)，半径为 R 的球面方程为 $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$.

例 **3.** $x^2+y^2=R^2$ 圆柱面

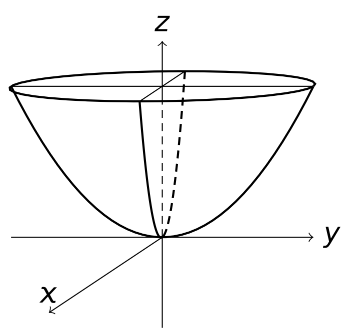
由平行于 z 轴的直线沿 xy 面上的圆 $x^2+y^2=R^2$ 移动而得．

准线：xy 面的圆 $x^2+y^2=R^2$．



母线：平行于 z 轴的直线. 一般地，方程 $F(x,y)=0$ 在空间中表示一个柱面.

例 **4.** $z=x^2+y^2$ 旋转抛物面



例 **5.** $z=y^2-x^2$ 双曲抛物面（马鞍面）