

# 目录

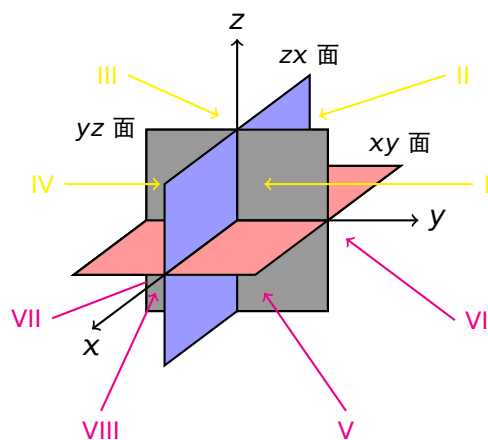
第六章 定积分	3
6.1 定积分的概念	3
6.2 定积分的性质	6
6.3 微积分基本公式	9
6.3.1 引例	9
6.3.2 积分上限的函数及其导数	10
6.3.3 牛顿-莱布尼茨公式	12
6.4 定积分的换元积分法	13
6.5 复习与提高	20
6.6 定积分的分部积分法	20
6.7 反常积分和 $\Gamma$ 函数	24
6.7.1 无限区间上的反常积分	24
6.7.2 无界函数的反常积分	27
6.7.3 $\Gamma$ 函数	28
6.8 定积分的几何应用	29
6.8.1 定积分的元素法	29
6.8.2 平面图形的面积	31

6.8.3 旋转体的体积 . . . . .	34
6.8.4 平行截面面积已知的立体的体积 . . . . .	38
6.9 定积分的经济应用 . . . . .	39
6.9.1 由边际函数求原函数 . . . . .	39
6.9.2 由变化率求总量 . . . . .	39
6.9.3 收益流的现值和将来值 . . . . .	40
6.9.4 消费者剩余和生产者剩余 . . . . .	41

# 第七章 多元函数微分学

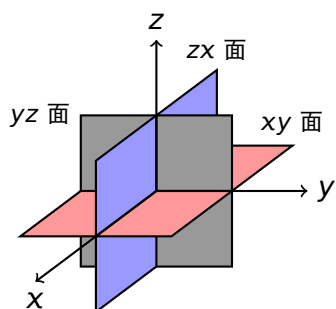
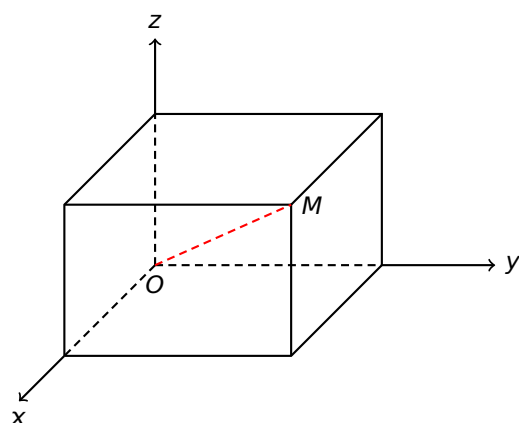
## 7.1 空间解析几何

- 三个坐标轴
- 三个坐标面
- 八个卦限



在空间直角坐标系中，我们有

$$\text{点 } M \longleftrightarrow \text{坐标 } (x, y, z) \longleftrightarrow OM$$



坐标面上的点:

$$xy \text{ 面} \leftrightarrow z = 0$$

$$yz \text{ 面} \leftrightarrow x = 0$$

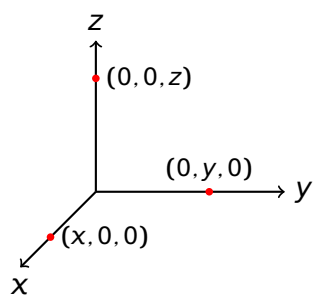
$$zx \text{ 面} \leftrightarrow y = 0$$

坐标轴上的点:

$$x \text{ 轴} \leftrightarrow y = z = 0$$

$$y \text{ 轴} \leftrightarrow z = x = 0$$

$$z \text{ 轴} \leftrightarrow x = y = 0$$



设  $M_1(x_1, y_1, z_1)$  和  $M_2(x_2, y_2, z_2)$  为空间中两点. 则它们的距离为

$$|M_1M_2| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

特别地, 点  $M(x, y, z)$  到原点  $O$  的距离为

$$|OM| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

定义. 给定空间中曲面  $S$  和方程  $F(x, y, z) = 0$ . 如果

点  $(x, y, z)$  在曲面  $S$  上

$\Leftrightarrow$

点  $(x, y, z)$  满足  
方程  $F(x, y, z) = 0$

则称

- $F(x, y, z) = 0$  是曲面  $S$  对应的方程;
- $S$  是方程  $F(x, y, z) = 0$  对应的曲面.

例 1. 空间的平面方程为

$$Ax + By + Cz + D = 0.$$

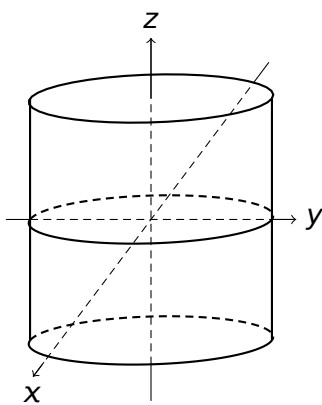
特别地, 方程  $z = 0$  表示  $xy$  面, 而方程  $z = c$  表示平行于  $xy$  面的平面.

例 2. 球心在  $(x_0, y_0, z_0)$ , 半径为  $R$  的球面方程为  $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ .

例 3.  $x^2 + y^2 = R^2$  圆柱面

由平行于  $z$  轴的直线沿  $xy$  面上的圆  $x^2 + y^2 = R^2$  移动而得.

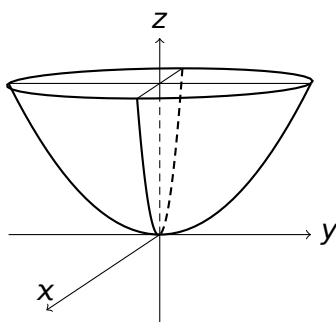
准线:  $xy$  面的圆  $x^2 + y^2 = R^2$ .



**母线:** 平行于  $z$  轴的直线.  
表示一个柱面.

一般地, 方程  $F(x, y) = 0$  在空间中

例 4.  $z = x^2 + y^2$  旋转抛物面



例 5.  $z = y^2 - x^2$  双曲抛物面 (马鞍面)

